Teillastverhalten von Heizkörpern

Eine Anlage (Pumpenheizung) mit Vorlauftemperaturregelung ist geplant für:
$t_{V,A}/t_{R,A}/t_{i,A}/t_{a,A}$ = 90/80/20/-15 °C.

Nach dem Einbau der Anlage wurden gemessen:
t_a = 0 °C, t_V = 49,5 °C, t_R = 43 °C, t_i = 21 °C

1.) Wie groß sind die Verhältnisse:

a.) $\dfrac{\dot{m}_{tatsächlich}}{\dot{m}_{Planung}}$ b.) $\dfrac{A_{HK,tatsächlich}}{A_{HK,Planung}}$

2.) Welche Vorlauftemperatur hätte theoretisch bei t_a = 0 °C gefahren werden müssen ?

Lösung 1a)

Heizkörpergleichung ❸: Wärmeabgabe vom Raum an Außenluft (Wandfläche A und Wärmedurchgangskoeffizient k ändern sich nicht)

$$\frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_A} = \frac{k \cdot A \cdot (t_i - t_a)}{k \cdot A \cdot (t_{iA} - t_{aA})} = \frac{(21-0)°C}{(20-(-15))°C} = \frac{21K}{35K} = 0{,}6$$

Heizkörpergleichung ❶: Wärmeabgabe Wasser:

$$\frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_A} = \frac{\dot{m}}{\dot{m}_A} \cdot \frac{t_V - t_R}{t_{VA} - t_{RA}} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{\dot{m}}{\dot{m}_A} = \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_A} \cdot \frac{t_{VA} - t_{RA}}{t_V - t_R}$$

$$\frac{\dot{m}}{\dot{m}_A} = 0{,}6 \cdot \frac{90°C - 80°C}{49{,}5°C - 43°C} = 0{,}923$$

Der Massenstrom ist um 7,7% kleiner, als in der Auslegung vorgesehen.

Lösung 1b)

Heizkörpergleichung ❷: Wärmeabgabe Heizkörper an Raumluft:

$$\frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_A} = \frac{A_{HK}}{A_{HKA}} \cdot \frac{\Delta t_m^{\ n}}{\Delta t_{mA}^{\ n}} = 0{,}6 \qquad (n = 1{,}3)$$

Δt_m arithmetisch oder logarithmisch ?

Beim gemessenen Zustand ist:

$$\Delta t_m = \frac{t_R - t_i}{t_V - t_i} = \frac{(43-20)°C}{(49{,}5-20)°C} = 0{,}78\,.$$

Arithmetische Heizkörperübertemperatur wäre zulässig.

$$\Delta t_m = \frac{(49{,}5+43)°C}{2} - 20°C = 26{,}25K$$

Logarithmische Heizkörperübertemperatur ist immer zulässig:

$$\Delta t_m = \frac{(49{,}5-43)°C}{\ln\frac{(49{,}5-20)°C}{(43-20)°C}} = 26{,}12\,K$$

Beim Auslegungs-Zustand ist:

$$\Delta t_{mA} : \frac{t_R - t_i}{t_V - t_i} = \frac{(80-20)°C}{(90-20)°C} = 0{,}86$$

Arithmetische Heizkörperübertemperatur wäre zulässig.

$$\Delta t_m = \frac{(90+80)°C}{2} - 20°C = 65\,K$$

Logarithmische Heizkörperübertemperatur ist immer zulässig:

$$\Delta t_m = \frac{(90-80)°C}{\ln\frac{(90-20)°C}{(80-20)°C}} = 64{,}87\,K$$

Heizkörpergleichung ❷: Wärmeabgabe Heizkörper an Raumluft:

$$\frac{A_{HK}}{A_{HKA}} = 0{,}6 \cdot \frac{\Delta t_{mA}{}^n}{\Delta t_m{}^n} = 0{,}6 \cdot \left(\frac{65\,K}{26{,}25\,K}\right)^{1{,}3} = 1{,}95$$

$$\frac{A_{HK}}{A_{HKA}} = 0{,}6 \cdot \frac{\Delta t_{mA}{}^n}{\Delta t_m{}^n} = 0{,}6 \cdot \left(\frac{64{,}87\,K}{26{,}12\,K}\right)^{1{,}3} = 1{,}96 \quad \text{(Nachrechnung logarithmisch)}$$

Der Heizkörper ist um 95% überdimensioniert.

Lösung 2)

Heizkörpergleichung ❸: Wärmeabgabe vom Raum an Außenluft (Wandfläche A und Wärmedurchgangskoeffizient k ändern sich nicht)

$$\frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_A} = \frac{k \cdot A \cdot (t_i - t_a)}{k \cdot A \cdot (t_{iA} - t_{aA})} = \frac{(20-0)°C}{(20-(-15))°C} = \frac{20\,K}{35\,K} = 0{,}5714$$

Vorlauftemperaturgleichung:

$$t_V = t_i - \varphi \cdot \Delta t_A \cdot \frac{e^{\frac{\Delta t_A}{\Delta t_{mA}} \cdot \varphi^{\frac{n-1}{n}}}}{1 - e^{\frac{\Delta t_A}{\Delta t_{mA}} \cdot \varphi^{\frac{n-1}{n}}}} = 20°C - 0{,}5714 \cdot 10\,K \cdot \frac{e^{\frac{10K}{65K} \cdot 0{,}5714^{\frac{0{,}3}{1{,}3}}}}{1 - e^{\frac{10K}{65K} \cdot 0{,}5714^{\frac{0{,}3}{1{,}3}}}}$$

$t_V = 65{,}2°C$

Zusatzfrage

Welche Temperaturen t_V, t_R können bei t_i = 20°C, t_a = -15°C und den eingebauten Heizflächen gefahren werden?

❸ $$\frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_A} = \frac{t_i - t_a}{t_{iA} - t_{aA}} = 1$$

❶ $$\frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_A} = 1 = \frac{\dot{m}}{\dot{m}_A} \cdot \frac{t_V - t_R}{\Delta t_A} = 0{,}923 \cdot \frac{t_V - t_R}{10\,K}$$

$$t_V - t_R = 10{,}83\,K$$

❷ $$\frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_A} = \frac{A_{HK}}{A_{HKA}} \cdot \left(\frac{\Delta t_m}{\Delta t_{mA}}\right)^{1,3} = 1 = 1{,}96 \cdot \left(\frac{\dfrac{t_V - t_R}{\ln \dfrac{t_V - 20°C}{t_R - 20°C}}}{64{,}87\,K}\right)^{1,3}$$

$$\frac{1}{1{,}96^{1/1,3}} \cdot 64{,}87\,K = \frac{10{,}83\,K}{\ln \dfrac{t_V - 20°C}{t_R - 20°C}}$$

$$\ln \frac{t_V - 20°C}{t_R - 20°C} = 0{,}29108$$

$$\frac{t_V - 20°C}{t_R - 20°C} = e^{0,29108} = 1{,}3379$$

$$t_V - 20°C = 1{,}3379 \cdot (t_V - 10{,}83\,K - 20°C)$$

$$t_V - 20°C = 1{,}3379 \cdot t_V - 1{,}3379 \cdot 30{,}83\,K$$

$$t_V = \frac{1{,}3379 \cdot 30{,}83\,K - 20°C}{0{,}3379}$$

$$t_V = 62{,}9°C$$
$$t_R = 52{,}1°C$$

Folgerung: Ein Brennwertkessel würde bis zu tiefen Außentemperaturen Kondensat bilden.