

Teillastverhalten von Heizkörpern

Ein Normheizkörper, ausgelegt für $t_{V,A}/t_{R,A}/t_{i,A}/t_{a,A} = 70/55/20/-12$ °C erhält durch Umwälzpumpenausfall nur noch 60 % des Auslegungsmassenstroms.

- 1.) Wie groß ist t_i bei $t_a = -12$ °C ?
- 2.) Bis zu welcher Außentemperatur könnte mit $t_V = 70$ °C eine Innentemperatur $t_i = 20$ °C erreicht werden ?

Lösung 1)

Erste und dritte Heizkörpergleichung:

$$\textcircled{1} \quad \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_A} = \frac{\dot{m}}{\dot{m}_A} \cdot \frac{t_V - t_R}{t_{VA} - t_{RA}} = 0,6 \cdot \frac{70^\circ\text{C} - t_R}{70^\circ\text{C} - 55^\circ\text{C}} = 0,6 \cdot \frac{70^\circ\text{C} - t_R}{15\text{K}}$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_A} = \frac{t_i - t_a}{t_{iA} - t_{aA}} = \frac{t_i - (-12^\circ\text{C})}{20^\circ\text{C} - (-12^\circ\text{C})} = \frac{t_i + 12^\circ\text{C}}{32\text{K}}$$

$\textcircled{1}$ und $\textcircled{3}$ gleichsetzen ergibt die Funktion der Rücklauftemperatur:

$$0,6 \cdot \frac{70^\circ\text{C} - t_R}{15\text{K}} = \frac{t_i + 12^\circ\text{C}}{32\text{K}}$$

$$t_R = 70^\circ\text{C} - \frac{15\text{K} \cdot (t_i + 12^\circ\text{C})}{0,6 \cdot 32\text{K}}$$

$$t_R = 60,625\text{K} - 0,78125 \cdot t_i$$

Es darf mit $\Delta t_{m,\text{arith}}$ gerechnet werden, da $\frac{t_R - t_i}{t_V - t_i} = \frac{(55 - 20)^\circ\text{C}}{(70 - 20)^\circ\text{C}} = 0,7$

$$\text{arithmetische Übertemperatur: } \Delta t_{m,\text{arith}} = \frac{t_V + t_R}{2} - t_i = \frac{t_V + t_R - 2 \cdot t_i}{2}$$

zweite Heizkörpergleichung mit arithmetische Übertemperatur:

$$\textcircled{2} \quad \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_A} = \left(\frac{\frac{t_V + t_R}{2} - t_i}{\frac{t_{VA} + t_{RA}}{2} - t_{iA}} \right)^{1,3} = \left(\frac{70^\circ\text{C} + t_R - 2 \cdot t_i}{70^\circ\text{C} + 55^\circ\text{C} - 2 \cdot 20^\circ\text{C}} \right)^{1,3}$$

$$\frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_A} = \left(\frac{70^\circ\text{C} + t_R - 2 \cdot t_i}{85\text{K}} \right)^{1,3}$$

③ und ② ergibt:

$$\frac{t_i + 12^\circ\text{C}}{32\text{K}} = \left(\frac{70^\circ\text{C} + 60,625\text{K} - 0,78125 \cdot t_i - 2 \cdot t_i}{85\text{K}} \right)^{1,3} = \left(\frac{70^\circ\text{C} + 60,625\text{K} - 2,78125 \cdot t_i}{85\text{K}} \right)^{1,3}$$

$$\frac{t_i + 12^\circ\text{C}}{32\text{K}} = \left(\frac{130,625\text{K} - 2,78125 \cdot t_i}{85\text{K}} \right)^{1,3}$$

Durch Iteration ergibt sich: $t_i = 17,93^\circ\text{C}$.

Zusatz:

Heizkörpergleichung ② mit logarithmischer Übertemperatur gerechnet: Δt_{mlog}

$$\frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_A} = \left(\frac{\frac{t_V - t_R}{\ln \frac{t_V - t_i}{t_R - t_i}}}{\frac{t_{VA} - t_{RA}}{\ln \frac{t_{VA} - t_{iA}}{t_{RA} - t_{iA}}}} \right)^n = \left(\frac{\frac{70^\circ\text{C} - t_R}{\ln \frac{70^\circ\text{C} - t_i}{t_R - t_i}}}{42,06\text{K}} \right)^{1,3}$$

③ und ② ergibt:

$$\frac{t_i + 12^\circ\text{C}}{32\text{K}} = \left(\frac{\frac{70^\circ\text{C} - 60,625\text{K} + 0,78125 \cdot t_i}{\ln \frac{70^\circ\text{C} - t_i}{60,625\text{K} - 0,78125 \cdot t_i - t_i}}}{42,06\text{K}} \right)^{1,3}$$

$$\frac{t_i + 12^\circ\text{C}}{32\text{K}} = \left(\frac{\frac{9,375^\circ\text{C} + 0,78125 \cdot t_i}{\ln \frac{70^\circ\text{C} - t_i}{60,625\text{K} - 1,78125 \cdot t_i}}}{42,06\text{K}} \right)^{1,3}$$

Durch Iteration ergibt sich: $t_i = 17,64^\circ\text{C}$.

Lösung 2)

Erste und dritte Heizkörpergleichung:

$$\textcircled{1} \quad \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_A} = \frac{\dot{m}}{\dot{m}_A} \cdot \frac{t_V - t_R}{t_{VA} - t_{RA}} = 0,6 \cdot \frac{70^\circ\text{C} - t_R}{70^\circ\text{C} - 55^\circ\text{C}} = 0,6 \cdot \frac{70^\circ\text{C} - t_R}{15\text{K}}$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_A} = \frac{(t_i - t_a)}{(t_{iA} - t_{aA})} = \frac{(20^\circ\text{C} - t_a)}{(20^\circ\text{C} - (-12)^\circ\text{C})} = \frac{20^\circ\text{C} - t_a}{32\text{K}}$$

$\textcircled{1}$ und $\textcircled{3}$ gleichsetzen ergibt Funktion der Rücklauftemperatur:

$$0,6 \cdot \frac{70^\circ\text{C} - t_R}{15\text{K}} = \frac{20^\circ\text{C} - t_a}{32\text{K}}$$

$$t_R = 70^\circ\text{C} - \frac{15\text{K} \cdot (20^\circ\text{C} - t_a)}{0,6 \cdot 32\text{K}}$$

$$t_R = 54,375\text{K} + 0,78125 \cdot t_a$$

zweite Heizkörpergleichung mit arithmetische Übertemperatur:

$$\textcircled{2} \quad \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_A} = \left(\frac{t_V + t_R - 2 \cdot t_i}{(t_V + t_R - 2 \cdot t_i)_A} \right)^n = \left(\frac{70^\circ\text{C} + t_R - 2 \cdot 20^\circ\text{C}}{85\text{K}} \right)^{1,3}$$

$$\frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_A} = \left(\frac{30^\circ\text{C} + t_R}{85\text{K}} \right)^{1,3}$$

$\textcircled{3}$ und $\textcircled{2}$ gleichsetzen:

$$\frac{20^\circ\text{C} - t_a}{32\text{K}} = \left(\frac{30^\circ\text{C} + 54,375\text{K} + 0,78125 \cdot t_a}{85\text{K}} \right)^{1,3}$$

Durch Iteration ergibt sich: $t_a = -8,49^\circ\text{C}$