Wärmedurchgang durch Rohrwände

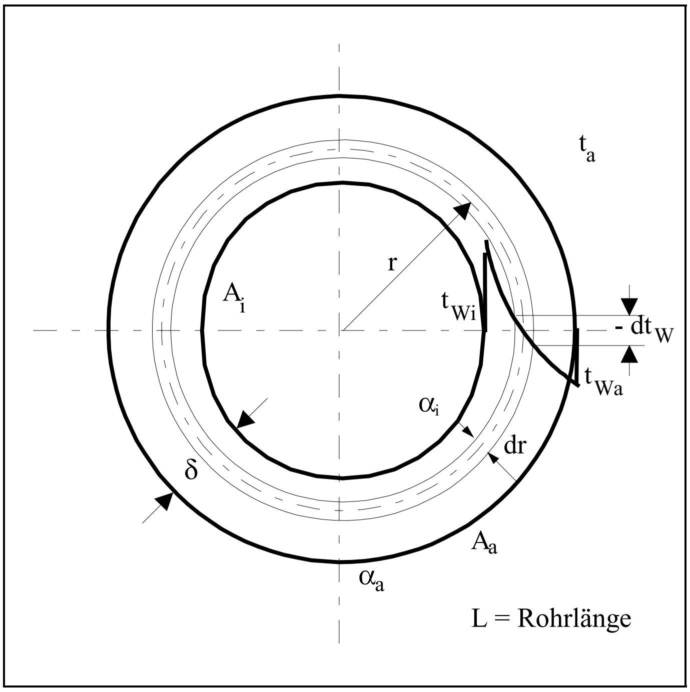

Bild: Stationäre Wärmeleitung durch eine einschichtige zylindrische Wand

Für die Wärmeleitung gilt allgemein:

$$d\dot{Q} = \lambda \cdot dA\left(-\frac{dt}{dx}\right)$$

Für eine dünne konzentrische Schicht des Rohres von der Dicke dr gilt:

$$\dot{Q} = -\lambda \cdot A \cdot \frac{dt_W}{dr}$$

Fläche: A = f(r):
A = 2·π·r·L (Mantelfläche)

$$\dot{Q} = -\lambda \cdot 2 \cdot \pi \cdot L \cdot r \cdot \frac{dt_W}{dr}$$

$$dt_W = -\frac{\dot{Q}}{\lambda \cdot 2 \cdot \pi \cdot L} \cdot \frac{dr}{r}$$

Integration in den Grenzen innen i und außen a:

$$\int_i^a dt_W = -\frac{\dot{Q}}{\lambda \cdot 2 \cdot \pi \cdot L} \int_i^a \frac{dr}{r}$$

$$t_{Wa} - t_{Wi} = -\frac{\dot{Q}}{\lambda \cdot 2 \cdot \pi \cdot L} \cdot \left(\ln r_a - \ln r_i\right)$$

$$t_{Wi} - t_{Wa} = \frac{\dot{Q}}{\lambda \cdot 2 \cdot \pi \cdot L} \cdot \ln\frac{r_a}{r_i}$$

Weiterhin tritt Konvektion (innen und außen) auf:

$\dot{Q} = \alpha_i \cdot A_i \cdot (t_i - t_{Wi})$ oder umgeformt $t_i - t_{Wi} = \frac{\dot{Q}}{\alpha_i \cdot A_i}$

$\dot{Q} = \alpha_a \cdot A_a \cdot (t_{Wa} - t_a)$ oder umgeformt $t_{Wa} - t_a = \frac{\dot{Q}}{\alpha_a \cdot A_a}$

Durch Addition der drei Anteile (Leitung und 2 x Konvektion) ergibt sich:

mit $\frac{r_a}{r_i} = \frac{d_a}{d_i}$ gilt:

$$t_i - t_a = \dot{Q} \cdot \left(\frac{1}{\alpha_i \cdot A_i} + \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot L \cdot \lambda} \cdot \ln \frac{d_a}{d_i} + \frac{1}{\alpha_a \cdot A_a} \right)$$

es wird in dieser Gleichung ersetzt:

$$t_i - t_a = \frac{\dot{Q}}{k \cdot A}$$

es folgt:

$$\frac{1}{k \cdot A} = \left(\frac{1}{\alpha_i \cdot A_i} + \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot L \cdot \lambda} \cdot \ln \frac{d_a}{d_i} + \frac{1}{\alpha_a \cdot A_a} \right)$$

Bei n Schichten ergibt sich damit:

$$\frac{1}{k \cdot A} = \left(\frac{1}{\alpha_i \cdot A_i} + \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot L} \cdot \sum_{z=1}^{n} \frac{\ln \frac{d_{az}}{d_{iz}}}{\lambda_z} + \frac{1}{\alpha_a \cdot A_a} \right)$$

1.1. Sonderfall 1

Dünnwandiges Rohr mit großer Wärmeleitfähigkeit λ, ohne Isolierung.

$\frac{d_a}{d_i} \approx 1$, also ln 1 = 0

$\lambda_{Cu} \approx 380 \frac{W}{mK}$ damit ist $\frac{1}{\lambda} \cdot \ln \frac{d_a}{d_i}$ sehr klein und vernachlässigbar.

$A_i \approx A_a$

Es gilt dann:

$\frac{1}{k \cdot A} \approx \frac{1}{\alpha_i \cdot A_i} + \frac{1}{\alpha_a \cdot A_a}$ bzw.

$\frac{1}{k \cdot A} = \frac{\alpha_i + \alpha_a}{\alpha_i \cdot \alpha_a \cdot A}$ oder

$k \cdot A = \frac{\alpha_i \cdot \alpha_a}{\alpha_i + \alpha_a} \cdot A$

1.2. Sonderfall 2

Isoliertes Fernheizrohr (Stahl) „oberirdisch“ verlegt (Heizmedium Wasser).

$$\frac{1}{k \cdot A} = \frac{1}{\alpha_i \cdot A_i} + \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot L \cdot \lambda_{St}} \cdot \ln \frac{d_{aR}}{d_{iR}} + \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot L \cdot \lambda_{Iso}} \cdot \ln \frac{d_{aIso}}{d_{iIso}} + \frac{1}{\alpha_a \cdot A_a}$$

Mit $\lambda_{St} \approx 60 \frac{W}{mK}$ und $\lambda_{Iso} \approx 0{,}045 \frac{W}{mK}$ ist $\lambda_{St} >> \lambda_{Iso}$

- α_i (Wasser) ist abhängig von der Strömungsgeschwindigkeit, dem Rohrdurchmesser, der Temperatur usw.

  Größenordnung: $\alpha_i \approx 300 - 8000 \frac{W}{m^2 K}$
- α_a (Luft, ruhend) ist abhängig von der Wandtemperatur, dem Rohrdurchmesser, der Umgebungstemperatur usw.

  Größenordnung $\alpha_a \approx 5 - 15 \frac{W}{m^2 K}$

Damit ist $\alpha_i >> \alpha_a$ und es ergibt sich $\frac{1}{k \cdot A} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot L \cdot \lambda_{Iso}} \cdot \ln \frac{d_{aIso}}{d_{iIso}} + \frac{1}{\alpha_a \cdot A_a}$

2. *Anwendung - Wärmedämmung von Wärmeverteilungs-anlagen*

Die EnEV schreibt die Wärmedämmung von Wärmeverteilanlagen vor. Rohrleitungen und Armaturen sind wie folgt gegen Wärmeverluste zu dämmen:

Rohrleitungen	Mindestdicke der Dämmschicht, bezogen auf eine Wärmeleitfähigkeit von 0,035 W/mK
Innendurchmesser bis 22 mm	20 mm
Innendurchmesser über 22 mm bis 35 mm	30 mm
Innendurchmesser über 35 mm bis 100 mm	gleich Innendurchmesser
Innendurchmesser über 100 mm	100 mm

Tab: Dämmschichtdicken von Rohrleitungen und Armaturen

Bei Materialien mit anderen Wärmeleitfähigkeiten sind die Dämmschichtdicken umzurechnen. Für die Umrechnung gilt, daß der zulässige Wärmestrom je m Rohrlänge gleich sein muß.

$\dot{Q} = \text{konst.}$ oder $(k \cdot A)_1 = (k \cdot A)_2$.

Dazu muß zunächst der vorhandene Wärmedurchgangskoeffizient $k \cdot A$, der sich aus den geforderten Dämmschichtdicken und der Wärmeleitfähigkeit λ = 0,035 W/mK ergibt, berechnet werden.

Wird $\frac{1}{k \cdot A}$ auf L = 1 m Rohrlänge bezogen, so ergibt sich mit d_a = Außendurchmesser des Rohres und s_{Iso} = Schichtdicke der Isolierung:

$$\frac{1}{\frac{k \cdot A}{L}} = \frac{1}{k_R} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_{Iso}} \cdot \ln \frac{d_a + 2 \cdot s_{Iso}}{d_a} + \frac{1}{\alpha_a \cdot \pi \cdot (d_a + 2 \cdot s_{Iso})}$$

k_R = „Wärmedurchgangskoeffizient bezogen auf 1 m Rohrlänge" nach EnEV,
(in Wirklichkeit $k_R = \frac{k \cdot A}{L}$.)

Damit läßt sich der laut EnEV geforderte Wärmedurchgangskoeffizient k_{RVO} berechnen:

$$\frac{1}{k_{RVO}} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_{VO}} \cdot \ln \frac{d_a + 2 \cdot s_{VO}}{d_a} + \frac{1}{\alpha_a \cdot \pi \cdot (d_a + 2 \cdot s_{VO})}$$

mit
k_{RVO} = Wärmedurchgangskoeffizient nach EnEV
s_{VO} = Schichtdicke der Dämmung nach EnEV siehe Tab. 1
λ_{VO} = 0,035 W/(mK) nach EnEV
α_a = 10 W/(m²K) angenommen

Für Dämmstoffe mit abweichenden Wärmeleitfähigkeiten λ_{R1} errechnet sich die Schichtdicke der Dämmung s_1 unter der Voraussetzung gleicher „Wärmedurchgangskoeffizienten“ $\frac{k_1 \cdot A_1}{L} = \frac{k_2 \cdot A_2}{L}$ aus:

$$k_{RVO} = k_{R1} = \frac{\pi}{\frac{1}{2 \cdot \lambda_{R1}} \cdot \ln \frac{d_a + 2s_1}{d_a} + \frac{1}{\alpha_a \cdot (d_a + 2s_1)}}$$

oder

$$\frac{1}{2 \cdot \lambda_{R1}} \cdot \ln \frac{d_a + 2s_1}{d_a} + \frac{1}{\alpha_a \cdot (d_a + 2s_1)} - \frac{\pi}{k_{RVO}} = 0$$

Diese Gleichung kann durch Iteration nach s_1 aufgelöst werden.

Anders als für metallische Rohrwerkstoffe ist die Wärmeleitfähigkeit bei Kunststoffrohren nicht zu vernachlässigen. Man erhält dann folgende Beziehung:

$$k_{R1} = \frac{\pi}{\frac{1}{2 \cdot \lambda_W} \cdot \ln \frac{d_a}{d_i} + \frac{1}{2 \cdot \lambda_R} \ln \frac{(d_a + 2 \cdot s_a)}{d_a} + \frac{1}{\alpha_a \cdot (d_a + 2 \cdot s_a)}}$$

mit
d_i = Innendurchmesser der Rohrleitung
λ_W= Wärmeleitfähigkeit des Rohrwerkstoffs

Quelle: Datenpool IfHK,
FH Wolfenbüttel